سلم تصحيح امتحان مقرر التحليل١ للسنة الأولى رياضيات-16-17-د. إضافية

الجواب الأول (٣٠- د): ١) سلسلة القوى- ١٠-:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)^{-1}.x^{n+1} = \int\left(\sum_{n=0}^{\infty}x^n\right)dx \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(n+1)^{-1}.x^{n+1} = \left(\frac{1}{1-x}\right)' = \ln\frac{1}{|(1-x)|}\ ; |x|<1 \Rightarrow I =]-1,1[$$

$$x=-1 \Rightarrow S_{1-1} = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n+1} : \lim_{n\to\infty} a_n = 0,\ a_n \geq a_{n+1};\ convergence\ acc\ to\ L$$

$$x=1 \Rightarrow S_{1-2} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n+1} = \infty;\ convergence\ acc\ to\ integral \Rightarrow I_f = [-1,1[.$$

٢) السلسلتان الثانية والثالثة - ١٠ -:

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{5^n}{n!} - \frac{2^n}{n!}\right] = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{n!} - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^n}{n!} = e^5 - e^2 = e^2(e^3-1).$$

$$S_3 = S_3' - S_3'' = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3^n} - \sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+2}{n!} = 2 - \left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n-1)!} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{2}{n!}\right] = \frac{3}{2} - [e-1+2e] = \frac{3}{2} + (1-3e).$$

٣) نوع التقارب للسلسلة الثانية - ١٠ -: بما أن السلسلة متناوبة وتحقق شرطي ليبتنز :

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{\frac{14}{9}}} = 0,\ \ a_n = \sqrt[9]{n^{14}} \leq \sqrt[9]{(n+1)^{14}}$$

فهي متقاربة وبما أن:

$$S_{4-1} = \sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^n}{\sqrt[9]{n^{14}}}\right| = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[9]{n^{14}}}$$ فهي سلسلة ريمان فيها $s = \frac{14}{9} > 1$ فهي متقاربة فالتقارب مطلق.

الجواب الثاني [٥٠ د]:

١) معادلة المماس-١٤-:

$$y_1 = 5 - x + x - 1 + 9^{\tan\ln(x-1)} = 4 + 9^{\tan\ln(x-1)}$$

$$z_0 = y_1(2) = 5,\ z' = y_1' = \frac{1}{\cos^2(x-1)}9^{\tan(x-1)}\ln 9$$

$$\Rightarrow y_1'(5) = \ln 9 \Rightarrow z - 5 = (\ln 9)(x-2).$$

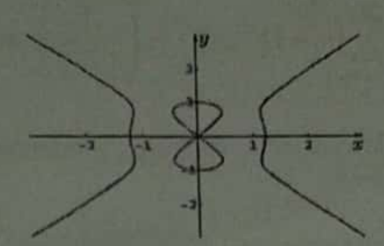
٢) استمرار الدالة $y_2(x)$ -٢٠-:الدالة مستمرة لأنها تركيب دوال مستمرة ولكن في النقطة $x=1$ نجد:

$$\lim_{x\xrightarrow{<}4} y_2 = -\infty\ ,\ \lim_{x\xrightarrow{>}4} y_2 = \frac{2}{0^+} = +\infty \neq y_2(1) = 2-e$$

فالدالة مستمرة من اليمين وبما أن كلا من النهايتين غير محدودة فنقطة الانقطاع $(x=4)$ هي من النوع الثاني.(يقبل التفصيل على المسودة)

٣) (١٦-٨+٨):تُعطى المعادلة الديكارتية لمنحني **الشيطان** بالشكل التالي : $y^4 - x^4 + a.y^2 + b.x^2 = 0$

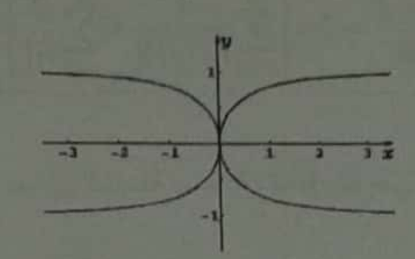
و يأخذ منحنيه الشكل التالي :



المنحني الكبّاوي (Kappa Curve):'تعطى المعادلة المعادلة الديكارتية للمنحني الكبّاوي بالشكل :

$$y^2\left(y^2 + x^2\right) = a^2x^2$$

و مباشرة نجد أن المعادلة القطبية هي: $r = a.\cot\theta$ و يأخذ منحنيه الشكل :



<u>**الجواب الثالث [٢٠ د]:**</u> لكل من الجدائين الأول والثاني ست درجات

$$P_1 = \prod_{n=0}^{\infty}\left(e^{5^{-n}}\right) \overset{theorm}{\Rightarrow} \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{5}\right)^n \overset{G\ series}{=} \frac{1}{1-5^{-1}} = \frac{5}{4}; \frac{1}{5} < 1$$

$$P_2 = \prod_{n=1}^{\infty}\left[3 - \left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right] a_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 5 - e \neq 1$$

الجداء الأول متقارب والثاني متباعد لأنه لايحقق الشرط اللازم. أما الثالث-٨د-: نأخذ السلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$

وهي متقاربة لأن:

$S_N = \sum_{n=1}^{N}\frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{N}\left[\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right] = 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)} = 1$ وبحسب مبرهنة سابقة فالجداء الموافق متقارب وحاصله: e.

<u>انتهت الأجوبة</u>

د. مصطفى حسن

$+ \frac{}{3} - \frac{}{8}$ arctan x + $\frac{3x}{8(x^2+1)}$ + $\frac{x}{4(x^2+1)^2}$ + C

Scanned by CamScanner

جامعة البعث | امتحان مقرر التحليل ١ | الاسم :
كلية العلوم | العام الدراسي ٢٠١٦–٢٠١٧ | الرقم :

السنة أولى– رياضيات –د. إضافية

<u>السؤال الأول (٣٠ د):</u> ليكن لدينا السلاسل التالية:

$$S_1=\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)^{-1}x^{n+1},\ S_2=\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{5^n}{n!}-\frac{2^n}{n!}\right],\ S_3=\sum_{n=0}^{\infty}\left[3^{-n}+\frac{n+2}{n!}\right],\ S_4=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n.\frac{1}{\sqrt[5]{n^{14}}}$$

والمطلوب: ١) أوجد المنطقة النهائية لتقارب السلسلة الأولى واحسب مجموعها!

٢) ادرس تقارب السلسلتين الثانية والثالثة واحسب المجموع في حال التقارب!

٣) عين نوع تقارب السلسلة الأخيرة ! .

<u>السؤال الثاني [٥٠ د]:</u> ليكن لدينا الدالتين التاليتين :

$$y_1=\sin(\arcsin(5-x))+\cosh(\cosh(x-1))+9^{1-\sinh(x-1)},\ y_2=\begin{cases}\ln\left|\sin\frac{(x^2-1)3\pi}{(x^2-16)}\right| & ;\ x<1\\ 2-e & ;\ x=1\\ \arctan\left[3^{\frac{1}{1-x}-\frac{1}{\sin(1-x)}}\right] & ;\ x>1\end{cases}$$

و المطلوب :

١) أوجد معادلة المماس للمنحني $z=y_1$ في نقطة فاصلتها $x=2$!

٢) ادرس استمرار الدالة y_2 وحدد نوع نقطة الانقطاع إن وجدت!

٣) اذكر منحنيين من المنحنيات الشهيرة مع الرسم ومعادلة كل منهما.

<u>السؤال الثالث [٢٠ د]:</u> ادرس تقارب الجداءات الثلاث التالية :

$$P_1=\prod_{n=0}^{\infty}\left(e^{3^{-n}}\right),\ P_2=\prod_{n=1}^{\infty}\left[5-\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right],\ P_3=\prod_{n=1}^{\infty}\left[1+\frac{1}{n(n+1)}\right]$$

<u>انتهت الأسئلة</u>

حمص في ١٤/ ٩/ ٢٠١٧ | مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح

د. مصطفى حسن